



PROGRAMACIÓN DEL DEPARTAMENTO CURSO 2018/2019

MATEMÁTICAS II CIENCIAS

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

1. OBJETIVOS GENERALES DEL BACHILLERATO	6
2. OBJETIVOS GENERALES PARA LA MATERIA DE MATEMÁTICAS	7
3. SECUENCIACIÓN DE CONTENIDOS.....	8
4. CONTRIBUCIÓN LA MATERIA A LA CONSECUCCIÓN DE LAS COMPETENCIAS	12
5. METODOLOGÍA	16
6. MEDIDAS PARA LA INCLUSIÓN Y LA ATENCIÓN DE LA DIVERSIDAD.....	18
7. RECURSOS DIDÁCTICOS.....	18
8. INDICADORES DE LOGRO	19

ÁLGEBRA

2. Tema 1: Álgebra de matrices.

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	21
2. TEMPORALIZACIÓN.....	22
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	22
4. CONTENIDOS.....	22
5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	22
6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	23
7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	23
8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	23
9. RECURSOS	24

3. Tema 2: Determinantes.

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	25
2. TEMPORALIZACIÓN.....	26
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	26

4.	CONTENIDOS.....	26
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	27
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	27
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	27
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	27
9.	RECURSOS	28

4. Tema 3: Sistemas de ecuaciones

1.	PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	29
2.	TEMPORALIZACIÓN.....	30
3.	OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	30
4.	CONTENIDOS.....	30
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	31
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	31
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	32
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.....	32
9.	RECURSOS	33

GEOMETRÍA

5. Tema 4: Vectores en el espacio

1.	PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	34
2.	TEMPORALIZACIÓN.....	35
3.	OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	35
4.	CONTENIDOS.....	35
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	36
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	36
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	36
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	36
9.	RECURSOS	37

6. Tema 5: Puntos, rectas y planos en el espacio.

1.	PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	38
2.	TEMPORALIZACIÓN.....	39
3.	OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	39
4.	CONTENIDOS.....	39
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	39
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	40
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	40
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.....	40
9.	RECURSOS	41

7. Tema 6: Problemas métricos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	42
2. TEMPORALIZACIÓN.....	43
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	43
4. CONTENIDOS.....	43
5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	44
6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	44
7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	44
8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.....	44
9. RECURSOS	45

ANÁLISIS**8. Tema 7: Límites de funciones. Continuidad.**

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	46
2. TEMPORALIZACIÓN.....	47
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	47
4. CONTENIDOS.....	47
5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	48
6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	48
7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	49
8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.....	49
9. 9. RECURSOS	50

9. Tema 8: Derivadas.

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	51
2. TEMPORALIZACIÓN.....	52
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	52
4. CONTENIDOS.....	52
5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	53
6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	53
7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	53
8. COMPETENCIAS / DESCRIPTORES / DESEMPEÑOS.....	53
9. RECURSOS	54

10. Tema 9: Aplicaciones de las derivadas.

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	55
2. TEMPORALIZACIÓN.....	56
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	56
4. CONTENIDOS.....	56

5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	57
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	57
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	57
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	57
9.	RECURSOS	58

11. Tema 10: Representación de funciones.

1.	PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	59
2.	TEMPORALIZACIÓN.....	60
3.	OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	60
4.	CONTENIDOS.....	60
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	60
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	60
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	61
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	61
9.	RECURSOS	61

12. Tema 11: Cálculo de primitivas.

1.	PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	63
2.	2. TEMPORALIZACIÓN.....	63
3.	OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	64
4.	CONTENIDOS.....	64
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	64
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	64
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	64
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	65
9.	RECURSOS	65

13. Tema 12: Integral indefinida.

1.	PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD	67
2.	2. TEMPORALIZACIÓN.....	68
3.	OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	68
4.	CONTENIDOS.....	68
5.	CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	68
6.	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	69
7.	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	69
8.	COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES	69
9.	RECURSOS	70

PROBABILIDAD**14. Tema 13: Azar y probabilidad.**

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD.....	71
2. TEMPORALIZACIÓN.....	72
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	72
4. CONTENIDOS.....	72
5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	73
6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	73
7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	73
8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.....	74
9. RECURSOS	74

15. Tema 14: Distribuciones de probabilidad.

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD.....	76
2. TEMPORALIZACIÓN.....	77
3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS.....	77
4. CONTENIDOS.....	77
5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	78
6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	78
7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN.....	79
8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.....	79
9. RECURSOS	79

INTRODUCCIÓN

1. Objetivos generales del Bachillerato.
2. Objetivos generales para la materia de Matemáticas.
3. Secuenciación de contenidos.
4. Contribución de la materia a la consecución de las competencias.
5. Metodología.
6. Medidas para la inclusión y la atención a la diversidad.
7. Recursos didácticos.

1. OBJETIVOS GENERALES DEL BACHILLERATO

El Bachillerato tiene como finalidad proporcionar al alumnado formación, madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades que les permitan desarrollar funciones sociales e incorporarse a la vida activa con responsabilidad y competencia. Asimismo, capacitará al alumnado para acceder a la educación superior.

El Bachillerato contribuirá a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que les permitan:

- a) Ejercer la ciudadanía democrática, desde una perspectiva global, y adquirir una conciencia cívica responsable, inspirada por los valores de la Constitución española así como por los derechos humanos, que fomente la corresponsabilidad en la construcción de una sociedad justa y equitativa.
- b) Consolidar una madurez personal y social que les permita actuar de forma responsable y autónoma y desarrollar su espíritu crítico. Prever y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales.
- c) Fomentar la igualdad efectiva de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, analizar y valorar críticamente las desigualdades y discriminaciones existentes, y en particular la violencia contra la mujer e impulsar la igualdad real y la no discriminación de las personas por cualquier condición o circunstancia personal o social, con atención especial a las personas con discapacidad.
- d) Afianzar los hábitos de lectura, estudio y disciplina, como condiciones necesarias para el eficaz aprovechamiento del aprendizaje, y como medio de desarrollo personal.
- e) Dominar, tanto en su expresión oral como escrita, la lengua castellana y, en su caso, la lengua cooficial de su Comunidad Autónoma.
- f) Expresarse con fluidez y corrección en una o más lenguas extranjeras.
- g) Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y la comunicación.

- h) Conocer y valorar críticamente las realidades del mundo contemporáneo, sus antecedentes históricos y los principales factores de su evolución. Participar de forma solidaria en el desarrollo y mejora de su entorno social.
- i) Acceder a los conocimientos científicos y tecnológicos fundamentales y dominar las habilidades básicas propias de la modalidad elegida.
- j) Comprender los elementos y procedimientos fundamentales de la investigación y de los métodos científicos. Conocer y valorar de forma crítica la contribución de la ciencia y la tecnología en el cambio de las condiciones de vida, así como afianzar la sensibilidad y el respeto hacia el medio ambiente.
- k) Afianzar el espíritu emprendedor con actitudes de creatividad, flexibilidad, iniciativa, trabajo en equipo, confianza en uno mismo y sentido crítico.
- l) Desarrollar la sensibilidad artística y literaria, así como el criterio estético, como fuentes de formación y enriquecimiento cultural.
- m) Utilizar la educación física y el deporte para favorecer el desarrollo personal y social.
- n) Afianzar actitudes de respeto y prevención en el ámbito de la seguridad vial.

2. OBJETIVOS GENERALES PARA LA MATERIA DE MATEMÁTICAS

El desarrollo de esta materia contribuirá a que las alumnas y los alumnos adquieran las siguientes capacidades:

- Comprender y aplicar los conceptos y procedimientos matemáticos a situaciones diversas que permitan avanzar en el estudio de las propias matemáticas y de otras ciencias, así como en la resolución razonada de problemas procedentes de actividades cotidianas y diferentes ámbitos del saber.
- Considerar las argumentaciones razonadas y la existencia de demostraciones rigurosas sobre las que se basa el avance de la ciencia y la tecnología, mostrando una actitud flexible, abierta y crítica ante otros juicios y razonamientos.
- Utilizar las estrategias características de la investigación científica y las destrezas propias de las matemáticas (planteamiento de problemas, planificación y ensayo, experimentación, aplicación de la inducción y deducción, formulación y aceptación o rechazo de las conjeturas, comprobación de los resultados obtenidos) para realizar investigaciones y en general explorar situaciones y fenómenos nuevos.
- Apremiar el desarrollo de las matemáticas como un proceso cambiante y dinámico, con abundantes conexiones internas e íntimamente relacionado con el de otras áreas del saber.
- Emplear los recursos aportados por las tecnologías actuales para obtener y procesar información, facilitar la comprensión de fenómenos dinámicos, ahorrar tiempo en los cálculos y servir como herramienta en la resolución de problemas.
- Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, encadenar coherentemente los argumentos, comunicarse con eficacia y precisión, detectar incorrecciones lógicas y cuestionar aseveraciones carentes de rigor científico.
- Mostrar actitudes asociadas al trabajo científico y a la investigación matemática, tales como la

visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el interés por el trabajo cooperativo y los distintos tipos de razonamiento, el cuestionamiento de las apreciaciones intuitivas y la apertura a nuevas ideas.

- Expresarse verbalmente y por escrito en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, comprendiendo y manejando representaciones matemáticas.

3. SECUENCIACIÓN DE CONTENIDOS

I. ÁLGEBRA

Álgebra de matrices

- Nomenclatura. Definiciones.
- Operaciones con matrices.
- Propiedades de las operaciones con matrices.
- Matrices cuadradas.
- Complementos teóricos para el estudio de matrices.
- Rango de una matriz.

Determinantes

- Determinantes de orden dos.
- Determinantes de orden tres.
- Determinantes de orden cualquiera.
- Menor complementario y adjunto.
- Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea.
- Método para calcular determinantes de orden cualquiera.
- El rango de una matriz a partir de sus menores.
- Otro método para obtener la inversa de una matriz.

Sistemas de ecuaciones

- Sistemas de ecuaciones lineales.
- Posibles soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.
- Sistemas escalonados.
- Método de Gauss.
- Discusión de sistemas de ecuaciones.

- Un nuevo criterio para saber si un sistema es compatible.
- Regla de Cramer.
- Aplicación de la regla de Cramer a sistemas cualesquiera.
- Sistemas homogéneos.
- Discusión de sistemas mediante determinantes.
- Forma matricial de un sistema de ecuaciones.

II. GEOMETRÍA

Vectores en el espacio

- Operaciones con vectores.
- Expresión analítica de un vector.
- Producto escalar de vectores.
- Producto vectorial.
- Producto mixto de tres vectores.

Puntos, rectas y planos en el espacio

- Sistema de referencia en el espacio.
- Aplicaciones de los vectores a problemas geométricos.
- Ecuaciones de la recta.
- Posiciones relativas de dos rectas.
- Ecuaciones del plano.
- Posiciones relativas de planos y rectas.
- El lenguaje de las ecuaciones: variables, parámetros, ...

Problemas métricos

- Direcciones de rectas y planos.
- Medida de ángulos entre rectas y planos.
- Distancias entre puntos, rectas y planos.
- Medidas de áreas y volúmenes.
- Lugares geométricos en el espacio.

III. ANÁLISIS

Límites de funciones. Continuidad

- Idea gráfica de los límites de funciones.
- Un poco de teoría: aprendamos a definir los límites.
- Sencillas operaciones con límites.
- Indeterminaciones.
- Comparación de infinitos. Aplicación a los límites cuando $x \rightarrow \pm\infty$.
- Cálculo de límites cuando $x \rightarrow +\infty$.
- Cálculo de límites cuando $x \rightarrow -\infty$.
- Límite de una función en un punto. Continuidad.
- Cálculo de límites cuando $x \rightarrow c$.
- Una potente herramienta para el cálculo de límites.
- Continuidad en un intervalo.

Derivadas

- Derivada de una función en un punto.
- Función derivada.
- Reglas de derivación.
- Derivada de una función conociendo la de su inversa.
- Derivada de una función implícita.
- Derivación logarítmica.
- Obtención razonada de las fórmulas de derivación.
- Diferencial de una función.

Aplicaciones de las derivadas

- Recta tangente a una curva.
- Crecimiento y decrecimiento de una función en un punto.
- Máximos y mínimos relativos de una función.
- Información extraída de la segunda derivada.

- Optimización de funciones.
- Dos importantes teoremas.
- Aplicaciones teóricas del teorema del valor medio.
- Teorema de Cauchy y regla de L'Hôpital.

Representación de funciones

- Elementos fundamentales para la construcción de curvas.
- El valor absoluto en la representación de funciones.
- Representación de funciones polinómicas.
- Representación de funciones racionales.
- Representación de otros tipos de funciones.

Cálculo de primitivas

- Primitivas. Reglas básicas para su cálculo.
- Expresión compuesta de integrales inmediatas.
- Integración "por partes".
- Integración de funciones racionales.

La integral definida

- Área bajo una curva.
- Una condición para que una función sea integrable en $[a, b]$.
- Propiedades de la integral.
- La integral y su relación con la derivada.
- Regla de Barrow.
- Cálculo de áreas mediante integrales.
- Volumen de un cuerpo de revolución.

IV. PROBABILIDAD

Azar y probabilidad

- Experiencias aleatorias. Sucesos.
- Frecuencia y probabilidad.

- Ley de Laplace.
- Probabilidad condicionada. Sucesos independientes.
- Pruebas compuestas.
- Probabilidad total.
- Probabilidades “a posteriori”. Fórmula de Bayes.

Distribuciones de probabilidad

- Distribuciones estadísticas.
- Distribuciones de probabilidad de variable discreta.
- La distribución binomial.
- Distribuciones de probabilidad de variable continua.
- La distribución normal.
- La distribución binomial se aproxima a la normal.

4. CONTRIBUCIÓN LA MATERIA A LA CONSECUCCIÓN DE LAS COMPETENCIAS

En Matemáticas II, tal y como sugiere la LOMCE, se ha potenciado el desarrollo de las competencias de comunicación lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

La materia de Matemáticas II utiliza una terminología formal que permitirá al alumnado incorporar este lenguaje a su vocabulario, y utilizarlo en los momentos adecuados con la suficiente propiedad. Asimismo, la comunicación de los resultados de las actividades y/o problemas y otros trabajos que realicen favorece el desarrollo de la **competencia en comunicación lingüística**.

Destamos los descriptores siguientes:

- Comprender el sentido de los textos escritos y orales.
- Mantener una actitud favorable hacia la lectura.
- Expresarse oralmente con corrección, adecuación y coherencia.
- Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.
- Componer distintos tipos de textos creativamente con sentido literario.
- Respetar las normas de comunicación en cualquier contexto: turno de palabra, escucha atentamente al interlocutor...
- Manejar elementos de comunicación no verbal, o en diferentes registros, en las diversas situaciones comunicativas.

- Entender el contexto sociocultural de la lengua, así como su historia para un mejor uso de la misma.
- Mantener conversaciones en otras lenguas sobre temas cotidianos en distintos contextos.
- Utilizar los conocimientos sobre la lengua para buscar información y leer textos en cualquier situación.
- Producir textos escritos de diversa complejidad para su uso en situaciones cotidianas o en asignaturas diversas.

La **competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología** son las competencias fundamentales de la materia. Para desarrollar esta competencia, el alumnado aplicará estrategias para definir problemas, resolverlos, diseñar pequeñas investigaciones, elaborar soluciones, analizar resultados, etc. Estas competencias son, por tanto, las más trabajadas en la materia.

Así, además de los descriptores de la competencia que se trabajan puntualmente en las unidades destacamos los siguientes:

- Interactuar con el entorno natural de manera respetuosa.
- Comprometerse con el uso responsable de los recursos naturales para promover un desarrollo sostenible.
- Respetar y preservar la vida de los seres vivos de su entorno.
- Tomar conciencia de los cambios producidos por el ser humano en el entorno natural y las repercusiones para la vida futura.
- Desarrollar y promover hábitos de vida saludable en cuanto a la alimentación y al ejercicio físico.
- Generar criterios personales sobre la visión social de la estética del cuerpo humano frente a su cuidado saludable.
- Reconocer la importancia de la ciencia en nuestra vida cotidiana.
- Aplicar métodos científicos rigurosos para mejorar la comprensión de la realidad circundante en distintos ámbitos (biológico, geológico, físico, químico, tecnológico, geográfico...).
- Manejar los conocimientos sobre ciencia y tecnología para solucionar problemas, comprender lo que ocurre a nuestro alrededor y responder preguntas.
- Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos: operaciones, magnitudes, porcentajes, proporciones, formas geométricas, criterios de medición y codificación numérica, etc.
- Comprender e interpretar la información presentada en formato gráfico.
- Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.
- Organizar la información utilizando procedimientos matemáticos.
- Resolver problemas seleccionando los datos y las estrategias apropiadas.

- Aplicar estrategias de resolución de problemas a situaciones de la vida cotidiana.

La **competencia digital** fomenta la capacidad de buscar, seleccionar y utilizar información en medios digitales, además de permitir que el alumnado se familiarice con los diferentes códigos, formatos y lenguajes en los que se presenta la información científica (datos estadísticos, representaciones gráficas, modelos geométricos...). La utilización de las tecnologías de la información y la comunicación en el aprendizaje de las ciencias para comunicarse, recabar información, retroalimentarla, simular y visualizar situaciones, para la obtención y el tratamiento de datos, etc., es un recurso útil en el campo de las matemáticas que contribuye a mostrar una visión actualizada de la actividad científica.

Se trabajarán los siguientes descriptores:

- Emplear distintas fuentes para la búsqueda de información.
- Seleccionar el uso de las distintas fuentes según su fiabilidad.
- Elaborar y publicitar información propia derivada de información obtenida a través de medios tecnológicos.
- Utilizar los distintos canales de comunicación audiovisual para transmitir informaciones diversas.
- Comprender los mensajes que vienen de los medios de comunicación.
- Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.
- Actualizar el uso de las nuevas tecnologías para mejorar el trabajo y facilitar la vida diaria.
- Aplicar criterios éticos en el uso de las tecnologías.

La adquisición de la **competencia para aprender a aprender** se fundamenta en esta asignatura en el carácter instrumental de muchos de los conocimientos científicos. Al mismo tiempo, operar con modelos teóricos fomenta la imaginación, el análisis, las dotes de observación, la iniciativa, la creatividad y el espíritu crítico, lo que favorece el aprendizaje autónomo. Además, al ser una asignatura progresiva, el alumnado adquiere la capacidad de relacionar los contenidos aprendidos durante anteriores etapas con lo que va a ver en el presente curso y en el próximo.

Trabajaremos los descriptores:

- Identificar potencialidades personales como aprendiz: estilos de aprendizaje, inteligencias múltiples, funciones ejecutivas...
- Gestionar los recursos y las motivaciones personales en favor del aprendizaje.
- Generar estrategias para aprender en distintos contextos de aprendizaje.
- Aplicar estrategias para la mejora del pensamiento creativo, crítico, emocional, interdependiente...
- Desarrollar estrategias que favorezcan la comprensión rigurosa de los contenidos.

- Planificar los recursos necesarios y los pasos que se han de realizar en el proceso de aprendizaje.
- Seguir los pasos establecidos y tomar decisiones sobre los pasos siguientes en función de los resultados intermedios.
- Evaluar la consecución de objetivos de aprendizaje.
- Tomar conciencia de los procesos de aprendizaje.

Esta asignatura favorece el trabajo en grupo, donde se fomenta el desarrollo de actitudes como la cooperación, la solidaridad y el respeto hacia las opiniones de los demás, lo que contribuye a la adquisición de las **competencias sociales y cívicas**. Así mismo, el conocimiento científico es una parte fundamental de la cultura ciudadana que sensibiliza de los posibles riesgos de la ciencia y la tecnología y permite formarse una opinión fundamentada en hechos y datos reales sobre el avance científico y tecnológico.

Descriptores que trabajaremos:

- Conocer las actividades humanas, adquirir una idea de la realidad histórica a partir de distintas fuentes, e identificar las implicaciones que tiene vivir en un Estado social y democrático de derecho refrendado por una constitución.
- Aplicar derechos y deberes de la convivencia ciudadana en el contexto de la escuela.
- Desarrollar capacidad de diálogo con los demás en situaciones de convivencia y trabajo y para la resolución de conflictos.
- Mostrar disponibilidad para la participación activa en ámbitos de participación establecidos.
- Reconocer riqueza en la diversidad de opiniones e ideas.
- Aprender a comportarse desde el conocimiento de los distintos valores.
- Concebir una escala de valores propia y actuar conforme a ella.
- Evidenciar preocupación por los más desfavorecidos y respeto a los distintos ritmos y potencialidades.
- Involucrarse o promover acciones con un fin social.

El **sentido de iniciativa y espíritu emprendedor** es básico a la hora de llevar a cabo el método científico de forma rigurosa y eficaz, siguiendo la consecución de pasos desde la formulación de una hipótesis hasta la obtención de conclusiones. Es necesaria la elección de recursos, la planificación de la metodología, la resolución de problemas y la revisión permanente de resultados. Esto fomenta la iniciativa personal y la motivación por un trabajo organizado y con iniciativas propias.

Descriptores:

- Optimizar recursos personales apoyándose en las fortalezas propias.
- Asumir las responsabilidades encomendadas y dar cuenta de ellas.

- Ser constante en el trabajo, superando las dificultades.
- Dirimir la necesidad de ayuda en función de la dificultad de la tarea.
- Gestionar el trabajo del grupo coordinando tareas y tiempos.
- Contagiar entusiasmo por la tarea y tener confianza en las posibilidades de alcanzar objetivos.
- Priorizar la consecución de objetivos grupales sobre los intereses personales.
- Generar nuevas y divergentes posibilidades desde conocimientos previos de un tema.
- Configurar una visión de futuro realista y ambiciosa.
- Encontrar posibilidades en el entorno que otros no aprecian.
- Optimizar el uso de recursos materiales y personales para la consecución de objetivos.
- Mostrar iniciativa personal para iniciar o promover acciones nuevas.
- Asumir riesgos en el desarrollo de las tareas o los proyectos.
- Actuar con responsabilidad social y sentido ético en el trabajo.

La aportación matemática se hace presente en multitud de producciones artísticas, así como sus estrategias y procesos mentales fomentan la **conciencia y expresión cultural** de las sociedades. Igualmente el alumno, mediante el trabajo matemático podrá comprender diversas manifestaciones artísticas siendo capaz de utilizar sus conocimientos matemáticos en la creación de sus propias obras

Los descriptores que entrenaremos son:

- Mostrar respeto hacia el patrimonio cultural mundial en sus distintas vertientes (artístico-literaria, etnográfica, científico-técnica...), y hacia las personas que han contribuido a su desarrollo.
- Valorar la interculturalidad como una fuente de riqueza personal y cultural.
- Apreciar los valores culturales del patrimonio natural y de la evolución del pensamiento científico.
- Expresar sentimientos y emociones mediante códigos artísticos.
- Apreciar la belleza de las expresiones artísticas y las manifestaciones de creatividad y gusto por la estética en el ámbito cotidiano.
- Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

5. **METODOLOGÍA**

La extensión del programa de este curso obliga a prestar una atención muy cuidadosa al equilibrio entre sus distintas partes:

- breves introducciones que centran y dan sentido y respaldo intuitivo a lo que se hace,
- desarrollos escuetos,
- procedimientos muy claros,
- una gran cantidad de ejercicios bien elegidos, secuenciados y clasificados.

Las dificultades se encadenan cuidadosamente, procurando arrancar “de lo que el alumnado ya sabe”. La redacción es clara y sencilla, y se incluyen unos “problemas complementarios” que le permitirán enfrentarse por sí mismo a las dificultades.

Toda programación didáctica debe de tener en cuenta diversos factores para responder a las diferentes necesidades aprendizaje. Destacamos, a continuación, algunos de ellos:

a) El nivel de conocimientos de los alumnos y las alumnas al terminar el primer curso de Bachillerato

Partiendo de lo que ya saben, podremos construir nuevos aprendizajes que conectarán con los que ya tienen de cursos anteriores o de lo que aprenden fuera del aula, ampliándolos en cantidad y, sobre todo, en calidad.

b) Ritmo de aprendizaje de cada alumno o alumna

Cada persona aprende a un ritmo diferente. Los contenidos deben estar explicados de tal manera que permitan extensiones y gradación para su adaptabilidad.

c) Preparación básica para un alumnado de Ciencias o Ingeniería

Los alumnos y las alumnas de estos bachilleratos requieren una formación conceptual y procedimental básica para un estudiante de Ciencias: un buen bagaje de procedimientos y técnicas matemáticas, una sólida estructura conceptual y una razonable tendencia a buscar cierto rigor en lo que se sabe, en cómo se aprende y en cómo se expresa.

d) Atención a las necesidades de otras asignaturas

El papel instrumental de las Matemáticas obliga a tener en cuenta el uso que de ellas se puede necesitar en otras asignaturas.

Una concepción constructivista del aprendizaje

Nuestro modelo de aprendizaje, que se basa en el constructivismo, tiene en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, el campo de experiencias en el que se mueven y las estrategias interactivas entre ellos y con el profesorado.

En una clase de Matemáticas deberíamos equilibrar:

- Explicaciones a cargo del profesor o profesora.
- Discusiones entre docente y alumnado y entre el propio alumnado.
- Trabajo práctico apropiado.
- Consolidación y práctica de técnicas y rutinas fundamentales.

- Resolución de problemas, incluida la aplicación de las Matemáticas a situaciones de la vida diaria.
- Trabajos de investigación.

Utilizaremos en cada caso el más adecuado de los procedimientos anteriores para lograr el mejor aprendizaje del alumnado sobre hechos, algoritmos y técnicas, estructuras conceptuales y estrategias generales.

6. MEDIDAS PARA LA INCLUSIÓN Y LA ATENCIÓN DE LA DIVERSIDAD

Es preciso tener en cuenta los estilos diferentes de aprendizaje de los estudiantes y adoptar las medidas oportunas para afrontar la diversidad.

Dar respuesta a esta diversidad no es tarea fácil, pero sí necesaria, pues la intención última de todo proceso educativo es lograr que los estudiantes alcancen los objetivos propuestos.

Como actividades de detección de conocimientos previos sugerimos:

- Debate y actividad pregunta-respuesta sobre el tema introducido por el profesor o profesora, con el fin de facilitar una idea precisa sobre de dónde se parte.
- Repaso de las nociones ya vistas con anterioridad y consideradas necesarias para la comprensión de la unidad, tomando nota de las lagunas o dificultades detectadas.
- Introducción de cada aspecto matemático, siempre que ello sea posible, mediante ejemplos que el alumno o alumna pueda encontrar en su vida cotidiana.

Como actividades de consolidación sugerimos:

- Realización de ejercicios apropiados y todo lo abundantes y variados que sea preciso, con el fin de afianzar los contenidos matemáticos, trabajados en la unidad.

Esta variedad de ejercicios cumple, asimismo, la finalidad que perseguimos. Con las actividades de recuperación-ampliación, atendemos no solo a los alumnos y alumnas que presentan problemas en el proceso de aprendizaje, sino también a aquellos que han alcanzado en el tiempo previsto los objetivos propuestos.

Las distintas formas de agrupamiento de los estudiantes y su distribución en el aula influyen, sin duda, en todo el proceso. Entendiendo el proceso educativo como un desarrollo comunicativo, es de gran importancia tener en cuenta el trabajo en grupo, recurso que se aplicará en función de las actividades que se vayan a realizar –concretamente, por ejemplo, en los procesos de resolución en grupo de ejercicios propuestos–, pues consideramos que la puesta en común de conceptos e ideas individuales genera una dinámica creativa y de interés en los estudiantes.

Se concederá, sin embargo, gran importancia en otras actividades al trabajo personal e individual.

7. RECURSOS DIDÁCTICOS

Sugerimos la utilización de los materiales siguientes:

- **Libro del alumnado** para Matemáticas II.

- **Web del alumnado y la familia** para Matemáticas II; esta web incluye:
 - Recursos generales que pueden utilizarse a lo largo del curso: ejercicios complementarios, lecturas interesantes relacionadas con los contenidos, hojas de cálculo, GeoGebra, etc.
 - Recursos para cada unidad, con contenidos de repaso, problemas...
- **Web del profesorado** para Matemáticas II. Esta web, además de ofrecer todos los recursos incluidos en la web del alumnado, incluye otros expresamente destinados a los docentes, como el solucionario de todas las actividades propuestas en el libro del alumnado, direcciones de Internet comentadas...

8. INDICADORES DE LOGRO

- Resultados de la evaluación en Matemáticas II.
 1. Los resultados se consideran adecuados en función de varias variables: tipología del alumnado, resultados cursos anteriores, evolución del alumno en la materia, etc.
 2. Las pruebas evaluatorias han resultado claras para los alumnos.
 3. Se ha utilizado diferentes herramientas de evaluación (exámenes, trabajos individuales, trabajos colectivos, exposiciones orales...).
 4. Se ha utilizado diversos instrumentos de registro (notas en el cuaderno del profesor: actividades bien o mal hechas, aportaciones, competencias básicas, etc.)
 5. Los alumnos han dispuesto de herramientas de autocorrección y autoevaluación.
 6. He proporcionado actividades y procedimientos para recuperar la materia.
 7. Los criterios de calificación propuestos han probado ser ajustados y rigurosos.
 8. Los padres han sido adecuadamente informados sobre el proceso de evaluación: criterios de calificación y promoción, etc.
- Adecuación de los materiales y recursos didácticos y la distribución de espacios y tiempos a los métodos didácticos y pedagógicos adoptados.
 1. Se consigue integrar el libro de texto y actividades TIC en la materia.
 2. Los materiales que se utilizan son accesibles para el alumno.
 3. Los materiales que se utilizan son suficientes para el alumno.
 4. Los materiales que se utilizan son atractivos para el alumno.
 5. La organización de los tiempos en clase ha funcionado.
 6. Las diversas organizaciones del alumnado en clase: individual, en grupos, por parejas han contribuido significativamente al proceso de enseñanza-aprendizaje.
 7. Se han utilizado recursos variados (audiovisuales, informáticos, etc.).
- Contribución de los métodos didácticos y pedagógicos a la mejora del clima de aula y de centro.
 1. Se ha conseguido motivar a los alumnos a través de los métodos pedagógicos y didácticos
 2. Antes de iniciar una actividad, se ha hecho una introducción sobre el tema para motivar a los alumnos y saber sus conocimientos previos.
 3. Los contenidos y actividades se han relacionado con los intereses de los alumnos, y se han construido sobre sus conocimientos previos.
 4. Se han integrado los elementos transversales como forma de mejorar el clima de aula y/o de centro.

5. La duración y el número de actividades han sido las adecuadas.
6. Los objetivos estaban bien definidos
7. Los objetivos didácticos se han formulado en función de los estándares de aprendizaje evaluables que concretan los criterios de evaluación.
8. La selección y temporalización de contenidos y actividades ha sido ajustada.
9. El nivel de dificultad ha sido el adecuado.
10. Los métodos y actividades han sido los adecuados para el proceso de enseñanza-aprendizaje.
11. La planificación ha sido la adecuada.
12. La programación ha facilitado la flexibilidad de las clases, para ajustarse a las necesidades e intereses de los alumnos lo más posible.

TEMA 1: ÁLGEBRA DE MATRICES

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

En esta unidad se presentan las matrices como datos estructurados y, a continuación, se profundiza en ellas definiendo unas operaciones que responden a útiles manipulaciones con las que se consiguen resultados perfectamente identificables a partir de los datos de un problema.

La suma y el producto por un número se definen de forma natural. Sin embargo, el producto de matrices parece más artificioso. Por ello se le dedica más espacio y atención, tanto para aprender su proceso de obtención (el producto de un vector fila por un vector columna prepara eficazmente el procedimiento del producto de dos matrices cualesquiera), como el significado que tiene este producto en diversos contextos.

Las propiedades de las operaciones están cargadas de contenido teórico. En su mayor parte podrían prescindir de estas los estudiantes menos interesados. Es necesario, sin embargo, insistir en la no conmutatividad del producto y en las repercusiones que trae a la hora de despejar una matriz incógnita en una ecuación matricial.

El cálculo de la inversa de una matriz cuadrada por el método de Gauss es bonito e interesante, aunque menos eficaz que el proceso que se aprenderá en la unidad 2. Por eso, la utilización del método de Gauss para hallar la inversa de una matriz puede quedar como algo anecdótico y ocasional.

El estudio del rango de una matriz será muy útil para la discusión de sistemas de ecuaciones. Para realizarlo de forma adecuada ha sido necesario hablar de las n -uplas de números reales como vectores y de su dependencia o independencia lineal, adelantándonos así a un contenido sobre el que se insistirá en la unidad 4.

En esta unidad, el cálculo del rango se realiza mediante el método de Gauss. En la próxima unidad aprenderemos a hacerlo con la ayuda de los determinantes.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 18-09 al 28-09

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer las matrices, sus operaciones y aplicaciones, y utilizarlas para resolver problemas.

4. CONTENIDOS

Matrices

- Conceptos básicos: vector fila, vector columna, dimensión, matriz cuadrada, traspuesta, simétrica, triangular...

Operaciones con matrices

- Suma, producto por un número, producto. Propiedades.

Matrices cuadradas

- Matriz unidad.
- Matriz inversa de otra.
- Obtención de la inversa de una matriz por el método de Gauss.
- Resolución de ecuaciones matriciales.

n -uplas de números reales

- Dependencia e independencia lineal. Propiedad fundamental.
- Obtención de una n -upla combinación lineal de otras.
- Constatación de si un conjunto de n -uplas son L.D. o L.I.

Rango de una matriz

- Obtención del rango de una matriz por observación de sus elementos (en casos evidentes).
- Cálculo del rango de una matriz por el método de Gauss.
- Discusión del rango de una matriz dependiente de un parámetro.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer y utilizar eficazmente las matrices, sus operaciones y sus propiedades.
2. Conocer el significado de rango de una matriz y calcularlo mediante el método de Gauss.
3. Resolver problemas algebraicos mediante matrices y sus operaciones.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Realiza operaciones combinadas con matrices.
- 2.1. Calcula el rango de una matriz numérica.
- 2.2. Relaciona el rango de una matriz con la dependencia lineal de sus filas o sus columnas.
- 3.1. Expresa un enunciado mediante una relación matricial, lo resuelve e interpreta la solución dentro del contexto del enunciado.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Resolver problemas seleccionando los datos y las estrategias apropiadas.

Competencia en comunicación lingüística

Comprender el sentido de los textos escritos y orales.

Competencia digital

Emplear distintas fuentes para la búsqueda de información.

Conciencia y expresiones culturales

Apreciar los valores culturales del patrimonio natural y de la evolución del pensamiento científico.

Competencias sociales y cívicas

Desarrollar la capacidad de diálogo con los demás en situaciones de convivencia y trabajo, y para la resolución de conflictos.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Generar nuevas y divergentes posibilidades desde conocimientos previos de un tema.

Competencia para aprender a aprender

Evaluar la consecución de objetivos de aprendizaje.

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso. En muchas calculadoras descriptivas ya se trabaja con matrices y se realizan operaciones sencillas de matrices.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas web, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Actividades interactivas de GeoGebra, así como complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA2: DETERMINANTES

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

En la segunda página de la unidad se motiva el estudio de los determinantes por la relación entre la compatibilidad de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas y el hecho de que el valor del correspondiente determinante de orden dos sea o no distinto de cero. Es una preparación muy útil para las definiciones posteriores.

El objetivo de esta unidad es que el estudiante calcule determinantes de cualquier orden y los aplique en la obtención del rango de una matriz. Para ello, la secuencia didáctica que se ha seguido es la siguiente:

- Determinantes de orden dos. Cálculo. Propiedades descritas y justificadas de la forma más general posible con el fin de que abran el camino a las mismas propiedades en determinantes de órdenes superiores.
- Determinantes de orden tres. Regla de Sarrus, prestando atención a que participan todos los posibles productos de tres factores, uno de cada fila y de cada columna. Propiedades, nuevamente justificadas.
- Determinantes de orden n . Se hace mención a cómo se decide el signo de cada producto de n factores mediante las permutaciones de los subíndices y a la paridad del número de inversiones en cada permutación. Aunque es de una complejidad superior a la que se requiere en este curso, nos ha parecido adecuado que los estudiantes contemplen el proceso y los mejores puedan profundizar en él. A continuación, se da y se justifica la regla que

permite “hacer ceros” en una línea y “desarrollar” el determinante por los elementos de dicha línea.

- Aplicación del cálculo de determinantes y la comprensión de sus propiedades para hallar el rango de una matriz.

En los ejercicios (resueltos, guiados y propuestos) hemos dedicado una atención muy especial a la aplicación de las propiedades de los determinantes para efectuar simplificaciones o para justificar igualdades.

2. TEMPORALIZACIÓN

Tres semanas. Del 01-10 al 19-10

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer el significado de los determinantes y sus propiedades, calcular su valor y aplicarlos a la obtención del rango de una matriz.

4. CONTENIDOS

Determinantes de órdenes dos y tres

- Determinantes de orden dos. Propiedades.
- Determinantes de orden tres. Propiedades.
- Cálculo de determinantes de orden tres por la regla de Sarrus.

Determinantes de orden n

- Menor de una matriz. Menor complementario y adjunto de un elemento de una matriz cuadrada. Propiedades.
- Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea.
- Cálculo de un determinante “haciendo ceros” en una de sus líneas.
- Aplicaciones de las propiedades de los determinantes en el cálculo de estos y en la comprobación de identidades.

Rango de una matriz mediante determinantes

- El rango de una matriz como el máximo orden de sus menores no nulos.
- Determinación del rango de una matriz a partir de sus menores.

Cálculo de la inversa de una matriz

- Expresión de la inversa de una matriz a partir de los adjuntos de sus elementos.
- Cálculo de la inversa de una matriz mediante determinantes.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Dominar el automatismo para el cálculo de determinantes.
2. Conocer las propiedades de los determinantes y aplicarlas para el cálculo de estos.
3. Conocer la caracterización del rango de una matriz por el orden de sus menores, y aplicarla a casos concretos.
4. Calcular la inversa de una matriz mediante determinantes.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Calcula el valor numérico de un determinante u obtiene la expresión de un determinante 3×3 con alguna letra.
 - 2.1. Obtiene el desarrollo (o el valor) de un determinante en el que intervienen letras, haciendo uso razonado de las propiedades de los determinantes.
 - 2.2. Reconoce las propiedades que se utilizan en las igualdades entre determinantes.
- 3.1. Halla el rango de una matriz numérica mediante determinantes.
- 3.2. Discute el valor del rango de una matriz en la que interviene un parámetro.
- 4.1. Reconoce la existencia o no de la inversa de una matriz y la calcula en su caso.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.

Competencia en comunicación lingüística

Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.

Competencia digital

Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.

Conciencia y expresiones culturales

Reconocer riqueza en la diversidad de opiniones e ideas.

Competencias sociales y cívicas

Mostrar disponibilidad para la participación activa en ámbitos de participación establecidos.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Ser constante en el trabajo, superando las dificultades.

Competencia para aprender a aprender

Desarrollar estrategias que favorezcan la comprensión rigurosa de los contenidos.

9. **RECURSOS**

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso. En muchas calculadoras descriptivas se pueden calcular determinantes.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas web, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA3: SISTEMAS DE ECUACIONES

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

El estudiante de este nivel, antes de comenzar a estudiar las técnicas que aquí se dan, sabe resolver ecuaciones y sistemas. Los métodos que espontáneamente utiliza son los que conoce desde tercero de secundaria: sustitución, reducción... y con ellos puede resolver sistemas de varias ecuaciones y varias incógnitas.

Es conveniente, y así hemos pretendido reflejarlo en el texto, que el estudiante considere perfectamente válidos todos los métodos que conoce y vea los nuevos como una mejora natural de aquellos. Por eso presentamos el método de Gauss como una generalización del método de reducción, que permite llegar a un sistema de ecuaciones en el cual cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior y, por tanto, se puede resolver escalonadamente.

Es muy importante que el estudiante distinga los diferentes tipos de sistemas de ecuaciones: incompatibles o compatibles y, dentro de estos, determinados o indeterminados. Y que sepa reconocer cómo es cada uno de los que se le presentan. Para ello resulta muy útil la referencia geométrica; rectas para las ecuaciones con dos incógnitas y planos para las de tres. El hecho de que los estudiantes no conozcan la geometría analítica del espacio no supone ninguna traba para la interpretación geométrica de una ecuación lineal con tres incógnitas como un plano, y la relación que hay entre los distintos tipos de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas, así como las posiciones en que pueden estar dos o más planos.

Aunque el método de Gauss sirve para decidir sobre la compatibilidad de un sistema, con el teorema de Rouché, que se presenta a continuación, se afronta esta casuística de forma mucho más eficiente, apoyándonos en los rangos de las matrices que intervienen.

La demostración de la regla de Cramer la realizamos para sistemas 4×4 . Nos ha parecido que es suficiente para apreciar todos los matices del proceso, evitando la complicada notación que exige la versión $n \times n$.

Una vez que los estudiantes se familiaricen con la regla de Cramer y su aplicación a la resolución de ecuaciones, aprenderán a escoger entre este método o el de Gauss para resolver sistemas.

Entendemos, y así lo hacemos ver en el texto, que:

- Para resolver sistemas de ecuaciones con coeficientes numéricos, con frecuencia es preferible el método de Gauss.
- Para discutir sistemas de ecuaciones dependientes de uno o más parámetros, casi siempre es preferible recurrir a los determinantes, tanto más cuantas más veces aparezca el parámetro (o los parámetros).

2. TEMPORALIZACIÓN

Tres semanas. Del 22-10 al 16-11

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Utilizar las matrices y los determinantes para interpretar los sistemas de ecuaciones y resolverlos mediante diversos métodos. Hacer uso de los sistemas en la resolución de problemas.

4. CONTENIDOS

Sistemas de ecuaciones lineales

- Sistemas equivalentes.
- Transformaciones que mantienen la equivalencia.
- Sistema compatible, incompatible, determinado, indeterminado.
- Interpretación geométrica de un sistema de ecuaciones con dos o tres incógnitas según sea compatible o incompatible, determinado o indeterminado.

Método de Gauss

- Estudio y resolución de sistemas por el método de Gauss.

Teorema de Rouché

- Aplicación del teorema de Rouché a la discusión de sistemas de ecuaciones.

Regla de Cramer

- Aplicación de la regla de Cramer a la resolución de sistemas.

Sistemas homogéneos

- Resolución de sistemas homogéneos.

Discusión de sistemas

- Aplicación del teorema de Rouché y de la regla de Cramer a la discusión y la resolución de sistemas dependientes de uno o más parámetros.

Expresión matricial de un sistema de ecuaciones

- Resolución de sistemas de ecuaciones dados en forma matricial.

Resolución de problemas mediante ecuaciones

- Traducción a sistema de ecuaciones de un problema, resolución e interpretación de la solución.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Dominar los conceptos y la nomenclatura asociados a los sistemas de ecuaciones y sus soluciones (compatible, incompatible, determinado, indeterminado), e interpretarlos geoméricamente para 2 y 3 incógnitas.

2. Conocer y aplicar el método de Gauss para estudiar y resolver sistemas de ecuaciones lineales.

3. Conocer el teorema de Rouché y la regla de Cramer y utilizarlos para la discusión y la resolución de sistemas de ecuaciones.

4. Resolver matricialmente sistemas $n \times n$ mediante la obtención de la inversa de la matriz de los coeficientes.

5. Resolver problemas algebraicos mediante sistemas de ecuaciones.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

1.1. Conoce lo que significa que un sistema sea incompatible o compatible, determinado o indeterminado, y aplica este conocimiento para formar un sistema de un cierto tipo o para reconocerlo.

1.2. Interpreta geoméricamente sistemas lineales de 2, 3 o 4 ecuaciones con 2 o 3 incógnitas.

2.1. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

3.1. Aplica el teorema de Rouché para dilucidar cómo es un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes numéricos.

3.2. Aplica la regla de Cramer para resolver un sistema de ecuaciones lineales, 2×2 o 3×3 , con solución única.

3.3. Cataloga cómo es (teorema de Rouché) y resuelve, en su caso, un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes numéricos.

3.4. Discute y resuelve un sistema de ecuaciones dependiente de un parámetro.

4.1. Expresa matricialmente un sistema de ecuaciones y, si es posible, lo resuelve hallando la inversa de la matriz de los coeficientes.

5.1. Expresa algebraicamente un enunciado mediante un sistema de ecuaciones, lo resuelve e interpreta la solución dentro del contexto del enunciado.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Manejar los conocimientos sobre ciencia y tecnología para solucionar problemas, comprender lo que ocurre a nuestro alrededor y responder preguntas.

Competencia en comunicación lingüística

Mantener una actitud favorable hacia la lectura.

Competencia digital

Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.

Conciencia y expresiones culturales

Apreciar los valores culturales del patrimonio natural y de la evolución del pensamiento científico.

Competencias sociales y cívicas

Evidenciar preocupación por los más desfavorecidos y respeto a los distintos ritmos y potencialidades.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Contagiar entusiasmo por la tarea y tener confianza en las posibilidades de alcanzar objetivos.

Competencia para aprender a aprender

Desarrollar estrategias que favorezcan la comprensión rigurosa de los contenidos.

9. **RECURSOS**

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas web, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 4: VECTORES EN EL ESPACIO

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

Se comienza la geometría analítica construyendo todas las herramientas vectoriales que se utilizarán en las unidades posteriores: manejo de los vectores mediante sus coordenadas y los productos escalar, vectorial y mixto, con sus interesantes y útiles aplicaciones geométricas.

En la presentación recordamos algunos resultados geométricos y trigonométricos básicos para el resto de la unidad: volumen de un paralelepípedo a partir de sus aristas y los ángulos que forman, y diagonal de un ortoedro.

Recordamos las operaciones con vectores y su significado geométrico e introducimos sus coordenadas, para lo cual los estudiantes repasan los conceptos de dependencia e independencia lineal, así como el de base.

Al producto escalar y al producto vectorial de dos vectores les dedicamos, a cada uno de ellos, un apartado. Es de corte teórico, en el que se define y se interpreta el producto, y se enuncian y demuestran sus propiedades. En ambos casos, un apartado difícil. A los estudiantes menos preparados se les podría eximir de las demostraciones y dejar que dedicaran su atención a entender lo que significa cada una de las propiedades.

Aunque breve, es muy práctico y útil el apartado dedicado al producto mixto. Con él se termina la unidad.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 19-11 al 30 del 11.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer los vectores del espacio tridimensional y sus operaciones, y utilizarlos para la resolución de problemas geométricos.

4. CONTENIDOS

Vectores en el espacio

- Operaciones. Interpretación gráfica.
- Combinación lineal.
- Dependencia e independencia lineal.
- Base. Coordenadas.

Producto escalar de vectores

- Propiedades.
- Expresión analítica.
- Cálculo del módulo de un vector.
- Obtención de un vector con la dirección de otro y módulo predeterminado.
- Obtención del ángulo formado por dos vectores.
- Identificación de la perpendicularidad de dos vectores.
- Cálculo del vector y proyección de un vector sobre la dirección de otro.

Producto vectorial de vectores

- Propiedades.
- Expresión analítica.
- Obtención de un vector perpendicular a otros dos.
- Cálculo del área del paralelogramo determinado por dos vectores.

Producto mixto de tres vectores

- Propiedades.
- Expresión analítica.
- Cálculo del volumen de un paralelepípedo determinado por tres vectores.

- Identificación de si tres vectores son linealmente independientes mediante el producto mixto.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer los vectores del espacio tridimensional y sus operaciones, y utilizarlos para la resolución de problemas geométricos.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Realiza operaciones elementales (suma y producto por un número) con vectores, dados mediante sus coordenadas, comprendiendo y manejando correctamente los conceptos de dependencia e independencia lineal, así como el de base.
- 1.2. Domina el producto escalar de dos vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y sus propiedades, y lo aplica a la resolución de problemas geométricos (módulo de un vector, ángulo de dos vectores, vector proyección de un vector sobre otro y perpendicularidad de vectores).
- 1.3. Domina el producto vectorial de dos vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y sus propiedades, y lo aplica a la resolución de problemas geométricos (vector perpendicular a otros dos, área del paralelogramo determinado por dos vectores).
- 1.4. Domina el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y sus propiedades, y lo aplica a la resolución de problemas geométricos (volumen del paralelepípedo determinado por tres vectores, decisión de si tres vectores son linealmente independientes).

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos.

Competencia en comunicación lingüística

Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.

Competencia digital

Emplear distintas fuentes para la búsqueda de información.

Conciencia y expresiones culturales

Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Competencias sociales y cívicas

Aplicar derechos y deberes de la convivencia ciudadana en el contexto de la escuela.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Dirimir la necesidad de ayuda en función de la dificultad de la tarea.

Competencia para aprender a aprender

Gestionar los recursos y las motivaciones personales en favor del aprendizaje.

9. **RECURSOS**

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas web, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 5: PUNTOS, RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

En esta unidad se tratan, exclusivamente, problemas afines: incidencia, corte y paralelismo.

En este contexto, se dice que una figura incide en otra cuando está contenida en ella (de ahí la palabra coincidencia —co-incidencia—, cuando cada una está contenida en la otra, es decir, son la misma figura). Los problemas de incidencia aluden, pues, a si un punto pertenece a una recta o a un plano, o si una recta está contenida en un plano... No obstante, la expresión más usual de la palabra es la de “cortar formando un ángulo”. Por ejemplo, un rayo de luz incide en una superficie reflejándose o refractándose (ángulo de incidencia, ángulo de reflexión o de refracción). Y análogamente, se usa la expresión “una recta incide en un plano” para indicar que lo corta.

Se inicia la unidad construyendo un sistema de referencia del espacio tridimensional a partir de una base para los vectores que, casi desde el primer momento, se supone ortonormal.

Se plantean problemas que pueden resolverse con el uso directo de los vectores (alineación de puntos, punto medio de un segmento, punto simétrico de otro).

El grueso de la unidad está dedicado a la obtención de las distintas formas de las ecuaciones de rectas y planos, y a su utilización en problemas afines.

Aunque la perpendicularidad es una propiedad métrica (no afín), hemos mencionado que en la ecuación implícita del plano $ax + by + cz + d = 0$, el vector (a, b, c) es perpendicular al mismo (vector normal). Pero este hecho no se utiliza hasta la unidad siguiente, salvo para caracterizar una propiedad afín, el paralelismo de dos planos: dos planos son paralelos cuando sus vectores normales son proporcionales (paralelos).

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 03-12 al 14-12.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Utilizar los vectores para el estudio de rectas y planos. Resolver problemas afines: inclusión, paralelismo, posiciones relativas, etcétera.

4. CONTENIDOS

Sistema de referencia en el espacio

- Coordenadas de un punto.
- Representación de puntos en un sistema de referencia ortonormal.

Aplicación de los vectores a problemas geométricos

- Punto que divide a un segmento en una razón dada.
- Simétrico de un punto respecto a otro.
- Comprobación de si tres o más puntos están alineados.

Ecuaciones de una recta

- Ecuaciones vectorial, paramétricas, continua e implícita de la recta.
- Estudio de las posiciones relativas de dos rectas.

Ecuaciones de un plano

- Ecuaciones vectorial, paramétricas e implícita de un plano. Vector normal.
- Estudio de la posición relativa de dos o más planos.
 - Estudio de la posición relativa de un plano y una recta.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Utilizar un sistema de referencia ortonormal en el espacio y, en él, resolver problemas geométricos haciendo uso de los vectores cuando convenga.
2. Dominar las distintas formas de ecuaciones de rectas y de planos, y utilizarlas para resolver problemas afines: pertenencia de puntos a rectas o a planos, posiciones relativas de dos rectas, de recta y plano, de dos planos...

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

1.1. Representa puntos de coordenadas sencillas en un sistema de referencia ortonormal.

1.2. Utiliza los vectores para resolver algunos problemas geométricos: puntos de división de un segmento en partes iguales, comprobación de puntos alineados, simétrico de un punto respecto a otro...

2.1. Resuelve problemas afines entre rectas (pertenencia de puntos, paralelismo, posiciones relativas) utilizando cualquiera de las expresiones (paramétricas, implícita, continua...).

2.2. Resuelve problemas afines entre planos (pertenencia de puntos, paralelismo...) utilizando cualquiera de sus expresiones (implícita o paramétricas).

2.3. Resuelve problemas afines entre rectas y planos.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.

- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.

- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.

- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Aplicar métodos científicos rigurosos para mejorar la comprensión de la realidad circundante en distintos ámbitos (biológico, geológico, físico, químico, tecnológico, geográfico...).

Competencia en comunicación lingüística

Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.

Competencia digital

Actualizar el uso de las nuevas tecnologías para mejorar el trabajo y facilitar la vida diaria.

Conciencia y expresiones culturales Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Competencias sociales y cívicas

Desarrollar la capacidad de diálogo con los demás en situaciones de convivencia y trabajo, y para la resolución de conflictos.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Optimizar recursos personales apoyándose en las fortalezas propias.

Competencia para aprender a aprender

Identificar potencialidades personales como aprendiz: estilos de aprendizaje, inteligencias múltiples, funciones ejecutivas.

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas web, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 6: PROBLEMAS MÉTRICOS

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

En la segunda página de la unidad se calculan distancias (entre dos puntos, de un punto a una recta y de un punto a un plano) mediante procedimientos sencillos, utilizando lo que el estudiante aprendió en la unidad anterior. Una vez más se utilizan estas páginas para mostrar a los estudiantes que, con lo que ya saben, pueden hacer muchas cosas; y además se les pide que las hagan. Creemos que es una buena forma de iniciarse en un tema en el que se verán nuevas y más sofisticadas técnicas para abordar los problemas métricos.

El cálculo de ángulos es sencillo: basta que el estudiante reconozca el vector que determina la orientación de cada figura (recta \rightarrow vector director, plano \rightarrow vector normal), utilice el sentido común y aplique la expresión del coseno del ángulo de dos vectores.

La distancia de un punto a un plano puede hallarse razonadamente (obtención de la recta r que pasa por P y es perpendicular a π , intersección de r y π , etc.), y es deseable que el estudiante la calcule así en algún caso. Pero es imprescindible que memorice la fórmula y acabe aplicándola automáticamente (debe hacérsele ver la similitud de esta fórmula con la de la distancia de un punto a una recta en el plano).

La distancia de un punto a una recta y la de dos rectas que se cruzan se ven en el libro del alumnado de tres formas distintas:

- a) Paso a paso, apoyándose en otras figuras intermedias.

- b) Recurriendo al producto vectorial o al producto mixto.
- c) Creando un vector genérico (del punto a la recta, o que una las dos rectas) y obligando a que sea perpendicular a la recta o a las rectas.

Creemos que este tercer método es muy instructivo. No obstante, puede prescindirse de él, si el profesorado lo cree conveniente.

Los posibles problemas métricos son muchos y muy variados. Por eso en esta unidad la oferta de ejercicios y problemas resueltos y propuestos es especialmente extensa.

Se concluye con una breve exposición de algunos lugares geométricos en el espacio, con un tratamiento más detallado de la esfera.

2. TEMPORALIZACIÓN

Tres semanas. Del 17-12 al 18-01.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Utilizar las propiedades de los vectores (productos escalar, vectorial y mixto) y las ecuaciones de rectas y planos para resolver problemas métricos en el espacio: obtención de ángulos, distancias, áreas, volúmenes...

4. CONTENIDOS

Ángulos entre rectas y planos

- Vector dirección de una recta y vector normal a un plano.
- Obtención del ángulo entre dos rectas, entre dos planos o entre recta y plano.

Distancia entre puntos, rectas y planos

- Cálculo de la distancia entre dos puntos.
- Cálculo de la distancia de un punto a una recta por diversos procedimientos.
- Distancia de un punto a un plano mediante la fórmula.
- Cálculo de la distancia entre dos rectas por diversos procedimientos.

Área de un triángulo y volumen de un tetraedro

- Cálculo del área de un paralelogramo y de un triángulo.
- Cálculo del volumen de un paralelepípedo y de un tetraedro.

Lugares geométricos en el espacio

- Plano mediador de un segmento.
- Plano bisector de un ángulo diedro.

- Algunas cuádricas (esfera, elipsoide, hiperboloide, paraboloides) como lugares geométricos.
- Obtención del centro y del radio de una esfera dada mediante su ecuación.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Obtener el ángulo que forman dos rectas, una recta y un plano o dos planos.
2. Hallar la distancia entre dos puntos, de un punto a una recta, de un punto a un plano o entre dos rectas que se cruzan.
3. Hallar áreas y volúmenes utilizando el producto vectorial o el producto mixto de vectores.
4. Resolver problemas métricos variados.
5. Obtener analíticamente lugares geométricos.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Calcula los ángulos entre rectas y planos. Obtiene una recta o un plano conociendo, como uno de los datos, el ángulo que forma con otra figura (recta o plano).
- 2.1. Halla la distancia entre dos puntos o de un punto a un plano.
- 2.2. Halla la distancia de un punto a una recta mediante el plano perpendicular a la recta que pasa por el punto, o bien haciendo uso del producto vectorial.
- 2.3. Halla la distancia entre dos rectas que se cruzan, justificando el proceso seguido.
- 3.1. Halla el área de un paralelogramo o de un triángulo.
- 3.2. Halla el volumen de un paralelepípedo o de un tetraedro.
- 4.1. Halla el simétrico de un punto respecto de una recta o de un plano.
- 4.2. Resuelve problemas geométricos en los que intervengan perpendicularidades, distancias, ángulos, incidencia, paralelismo...
- 5.1. Obtiene la expresión analítica de un lugar geométrico espacial definido por alguna propiedad, e identifica la figura de que se trata.
- 5.2. Escribe la ecuación de una esfera a partir de su centro y su radio, y reconoce el centro y el radio de una esfera dada por su ecuación.
- 5.3. Relaciona la ecuación de un elipsoide, hiperboloide o paraboloides con su representación gráfica.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.

Competencia en comunicación lingüística

Respetar las normas de comunicación en cualquier contexto: turno de palabra, escucha atenta al interlocutor...

Competencia digital

Actualizar el uso de las nuevas tecnologías para mejorar el trabajo y facilitar la vida diaria.

Conciencia y expresiones culturales

Mostrar respeto hacia el patrimonio cultural mundial en sus distintas vertientes (artístico-literaria, etnográfica, científico-técnica...), y hacia las personas que han contribuido a su desarrollo.

Competencias sociales y cívicas

Involucrarse o promover acciones con un fin social.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Encontrar posibilidades en el entorno que otros no aprecian.

Competencia para aprender a aprender

Aplicar estrategias para la mejora del pensamiento creativo, crítico, emocional, interdependiente...

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 7: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD.

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

En primer curso, alumnos y alumnas estudiaron los elementos básicos de límites y continuidad de funciones. En este curso se afianzan los conocimientos anteriores y se profundiza en varias líneas:

- Más rigor en los conceptos.
- Más amplitud en las técnicas para calcular límites de funciones.
- Mayor alcance en la idea de continuidad, con la inclusión de varios teoremas (Bolzano, Weierstrass) sobre funciones continuas en un intervalo.

Aunque, acaso, no se deba pretender aún que estos estudiantes dominen la nomenclatura y la precisión de conceptos que conllevan las definiciones rigurosas de límites (dado un ε podemos encontrar un δ que...), sí es razonable que empiecen a familiarizarse con ellas. Por eso, estas definiciones se han realizado a tres niveles: visión gráfica, descripción intuitiva y enunciado riguroso. El profesorado decidirá, en cada caso, el alcance que desea (o puede permitirse) dar a sus estudiantes.

El cálculo de límites se sistematiza con una serie de resultados previos: operaciones con límites finitos, comparación de infinitos (infinitos del mismo orden, infinitos de orden superior a otro), operaciones con límites infinitos y tipos de indeterminaciones.

Todos estos resultados pueden ser muy intuitivos y así hemos procurado mostrarlos.

Con estos resultados, además de la mejora en el cálculo de límites indeterminados, se debe conseguir que el estudiante vea de forma casi inmediata esos límites en los que es suficiente apreciar resultados obvios entre límites finitos o infinitos. Por ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x + 1)^{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} (2^x - x^3)$$

Las técnicas para el cálculo de límites se completan con la regla de L'Hôpital.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 21-01 al 01-02.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Revisar los conceptos y los procedimientos ligados a los límites de funciones y ampliarlos con nuevas técnicas.
2. Profundizar en la continuidad de funciones con el teorema de Bolzano y las propiedades que del mismo se derivan.

4. CONTENIDOS

Límite de una función

- Límite de una función cuando $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$ o $x \rightarrow a$. Representación gráfica.
- Límites laterales.
- Operaciones con límites finitos.

Expresiones infinitas

- Infinitos del mismo orden.
- Infinito de orden superior a otro.
- Operaciones con expresiones infinitas.

Cálculo de límites

- Cálculo de límites inmediatos (operaciones con límites finitos evidentes o comparación de infinitos de distinto orden).
- Indeterminación. Expresiones indeterminadas.
- Cálculo de límites cuando $x \rightarrow +\infty$ o $x \rightarrow -\infty$:

- Cociente de polinomios o de otras expresiones infinitas.
- Diferencia de expresiones infinitas.
- Potencia. Número e .
- Cálculo de límites cuando $x \rightarrow a^-$, $x \rightarrow a^+$, $x \rightarrow a$:
 - Cocientes.
 - Diferencias.
 - Potencias.

Regla de L'Hôpital

- Cálculo de límites mediante la regla de L'Hôpital.

Continuidad. Discontinuidades

- Continuidad en un punto. Tipos de discontinuidad.

Continuidad en un intervalo

- Teoremas de Bolzano, Darboux y Weierstrass.
- Aplicación del teorema de Bolzano para detectar la existencia de raíces y para separarlas.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Dominar el concepto de límite en sus distintas versiones, conociendo su interpretación gráfica y su enunciado preciso.
2. Calcular límites de todo tipo.
3. Conocer el concepto de continuidad en un punto y los distintos tipos de discontinuidades.
4. Conocer la regla de L'Hôpital y aplicarla al cálculo de límites.
5. Conocer el teorema de Bolzano y aplicarlo para probar la existencia de raíces de una función.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. A partir de una expresión del tipo $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \beta$ [α puede ser $+\infty$, $-\infty$, a^- , a^+ o a ; y β puede ser $+\infty$, $-\infty$ o l] la representa gráficamente y describe correctamente la propiedad que lo caracteriza (dado un $\varepsilon > 0$ existe un $\delta...$, o bien, dado k existe $h...$).
 - 2.1. Calcula límites inmediatos que solo requieran conocer los resultados operativos y comparar infinitos.
 - 2.2. Calcula límites ($x \rightarrow +\infty$ o $x \rightarrow -\infty$) de cocientes o de diferencias.
 - 2.3. Calcula límites ($x \rightarrow +\infty$ o $x \rightarrow -\infty$) de potencias.
 - 2.4. Calcula límites ($x \rightarrow c$) de cocientes, distinguiendo, si el caso lo exige, cuando $x \rightarrow c^+$ y cuando $x \rightarrow c^-$.
 - 2.5. Calcula límites ($x \rightarrow c$) de potencias.

3.1. Reconoce si una función es continua en un punto o el tipo de discontinuidad que presenta en él.

3.2. Determina el valor de un parámetro (o dos parámetros) para que una función definida “a trozos” sea continua en el “punto (o puntos) de empalme”.

4.1. Calcula límites aplicando la regla de L'Hôpital.

5.1. Enuncia el teorema de Bolzano en un caso concreto y lo aplica a la separación de raíces de una función.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Resolver problemas seleccionando los datos y las estrategias apropiadas.

Competencia en comunicación lingüística

Comprender el sentido de los textos escritos y orales.

Competencia digital

Seleccionar el uso de las distintas fuentes según su fiabilidad.

Conciencia y expresiones culturales

Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Competencias sociales y cívicas

Valorar la interculturalidad como una fuente de riqueza personal y cultural.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Tomar conciencia de los procesos de aprendizaje.

Competencia para aprender a aprender

Identificar potencialidades personales como aprendiz: estilos de aprendizaje, inteligencias múltiples, funciones ejecutivas...

9. 9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 8: DERIVADAS

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

La unidad comienza asentando los conceptos básicos:

- En el primer apartado se trata la definición de derivada mediante el límite del cociente incremental, se definen las derivadas laterales y se relaciona derivabilidad con continuidad.
- En el segundo apartado se definen función derivada y derivadas sucesivas. La nomenclatura Df para referirnos a la derivada de f es útil cuando la función viene dada por su expresión analítica. El apóstrofo (') sirve para modificar el nombre (f' es otra función que "se deriva", que proviene de f) y no es razonable utilizarlo como operador. Es decir, no es formalmente correcto poner $(3x^2 - 5x + 1)'$ cuando se desea derivar esa expresión; debe ponerse $D(3x^2 - 5x + 1)$.
- Después, la unidad continúa con todo lo relativo a las técnicas de derivación. El planteamiento seguido para el aprendizaje de estas es el siguiente:
 - Puesto que el estudiante ya se inició en ello el curso anterior, comenzamos ahora refrescándole las reglas conocidas y ampliándoselas con otras nuevas, recordándole cómo se usan y proponiéndole que las ejercite resolviendo un buen número de ejercicios.
 - Se aprenden algunas técnicas especiales: cómo calcular la derivada de una función conociendo la de su recíproca, cómo se derivan las funciones implícitas y, finalmente, la "derivación logarítmica".
 - Por último, se demuestran todas las reglas de derivación.

Hemos considerado deseable proceder así por dos motivos:

- Es preferible que el estudiante, antes de demostrar algo, se familiarice con ello, con el fin de que tenga muy claro qué es lo que quiere demostrar.
- El orden en que se demuestran las reglas es muy distinto del orden en que se presentan y se usan: al poder utilizar desde los primeros pasos la derivada de un logaritmo, se simplifican notablemente muchas de las demostraciones.

La unidad termina con el estudio de la diferencial de una función. Este concepto y la nomenclatura a él asociada va a resultar muy útil en el manejo de las integrales.

2. TEMPORALIZACIÓN

Una semana. Del 04-02 al 08-02.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Revisar el concepto y ampliar los métodos para el cálculo de las derivadas de las funciones.

4. CONTENIDOS

Derivada de una función en un punto

- Tasa de variación media.
- Derivada de una función en un punto. Interpretación. Derivadas laterales.
- Obtención de la derivada de una función en un punto a partir de la definición.

Función derivada

- Derivadas sucesivas.
- Representación gráfica aproximada de la función derivada de otra dada por su gráfica.
- Estudio de la derivabilidad de una función en un punto estudiando las derivadas laterales.

Reglas de derivación

- Reglas de derivación de las funciones elementales y de los resultados operativos.
- Derivada de la función inversa de otra.
- Derivada de una función implícita.
- Derivación logarítmica.

Diferencial de una función

- Concepto de diferencial de una función.
- Aplicaciones.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Dominar los conceptos asociados a la derivada de una función: derivada en un punto, derivadas laterales, función derivada...
2. Conocer las reglas de derivación y utilizarlas para hallar la función derivada de otra.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Asocia la gráfica de una función a la de su función derivada.
- 1.2. Halla la derivada de una función en un punto a partir de la definición.
- 1.3. Estudia la derivabilidad de una función definida “a trozos”, recurriendo a las derivadas laterales en el “punto de empalme”.
- 2.1. Halla las derivadas de funciones no triviales.
- 2.2. Utiliza la derivación logarítmica para hallar la derivada de una función que lo requiera.
- 2.3. Halla la derivada de una función conociendo la de su inversa.
- 2.4. Halla la derivada de una función implícita.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS / DESCRIPTORES / DESEMPEÑOS

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.

Competencia en comunicación lingüística

Respetar las normas de comunicación en cualquier contexto: turno de palabra, escucha atenta al interlocutor...

Competencia digital

Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.

Conciencia y expresiones culturales

Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Competencias sociales y cívicas

Evidenciar preocupación por los más desfavorecidos y respeto a los distintos ritmos y potencialidades.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Ser constante en el trabajo, superando las dificultades.

Competencia para aprender a aprender

Generar estrategias para aprender en distintos contextos de aprendizaje.

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 9: APLICACIONES DE LAS DERIVADAS

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

Las primeras aplicaciones de la derivada que se ven en esta unidad son sencillas y ya conocidas por los estudiantes. En este curso se revisan, se completan y se fundamentan con cierto rigor:

- Recta tangente a una curva en un punto. Recta tangente desde un punto exterior. Se amplía al caso de funciones implícitas.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Para probar que $f'(x_0) > 0 \Rightarrow f$ es creciente en x_0 , hay que recurrir al teorema del valor medio y, por tanto, se deja para el final de la unidad. Otro tanto ocurre con los puntos en que la curva es decreciente.
- Máximos y mínimos relativos. Una vez identificados los puntos de derivada nula, se recurre al signo de f' en puntos muy próximos (a la izquierda y a la derecha de cada uno de ellos) para averiguar el tipo de punto singular de que se trata.

Además, se estudia la información que se puede obtener de la segunda derivada: concavidad, convexidad y puntos de inflexión. Las dos páginas que tratan estas cuestiones se dedican a visualizar las cadenas de implicaciones siguientes:

$$f \text{ cóncava en } a \Rightarrow f' \text{ creciente en } a \Rightarrow f''(a) > 0$$

$$f \text{ convexa en } a \Rightarrow f' \text{ decreciente en } a \Rightarrow f''(a) < 0$$

También se trabaja en esta unidad la optimización de funciones. Al estudiante debe quedarle muy claro que una función definida en un intervalo (y lo son la mayoría de las funciones que se pretenden optimizar) puede alcanzar el máximo, el mínimo o ambos en los extremos de este.

No suele ser necesario recurrir a la segunda derivada para averiguar si un cierto punto singular es máximo o mínimo. Consideraciones del tipo: "La función es derivable. Su derivada solo se anula en c y $f(c)$ es mayor que el valor de f en los extremos del intervalo. Por tanto, $f(c)$ es máximo", son absolutamente suficientes para caracterizar máximos o mínimos.

Los teoremas de Rolle y del valor medio son de gran importancia, sobre todo para poder demostrar algunos resultados que relacionan el comportamiento de la primera o de la segunda derivada con la forma de la curva.

Finalmente, la unidad termina con la justificación de la regla de L'Hôpital. Las consideraciones iniciales del apartado correspondiente van encaminadas a que el estudiante entienda intuitivamente por qué cuando la relación entre las pendientes de las dos curvas tiende a un cierto valor, entonces el cociente de sus ordenadas tiende al mismo valor.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 11-02 al 22-02.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Aplicar las derivadas para obtener información sobre aspectos gráficos de las funciones (crecimiento, concavidad...) y para optimizar funciones.
2. Conocer los teoremas de Rolle y del valor medio, y explotar sus posibilidades teóricas.

4. CONTENIDOS

Aplicaciones de la primera derivada

- Obtención de la tangente a una curva en uno de sus puntos.
- Identificación de puntos o intervalos en los que la función es creciente o decreciente.
- Obtención de máximos y mínimos relativos.
- Resolución de problemas de optimización.

Aplicaciones de la segunda derivada

- Identificación de puntos o intervalos en los que la función es cóncava o convexa.
- Obtención de puntos de inflexión.

Teoremas de Rolle y del valor medio

- Constatación de si una función cumple o no las hipótesis del teorema del valor medio o del teorema de Rolle y obtención del punto donde cumple (en su caso) la tesis.
- Aplicación del teorema del valor medio a la demostración de diversas propiedades.

Teorema de Cauchy y regla de L'Hôpital

- El teorema de Cauchy como generalización del teorema del valor medio.
- Enfoque teórico de la regla de L'Hôpital y su justificación a partir del teorema de Cauchy.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Hallar la ecuación de la recta tangente a una curva en uno de sus puntos.
2. Conocer las propiedades que permiten estudiar crecimientos, decrecimientos, máximos y mínimos relativos, tipo de curvatura, etc., y saberlas aplicar en casos concretos.
3. Dominar las estrategias necesarias para optimizar una función.
4. Conocer los teoremas de Rolle y del valor medio, y aplicarlos a casos concretos.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Dada una función, explícita o implícita, halla la ecuación de la recta tangente en uno de sus puntos.
- 2.1. Dada una función, sabe decidir si es creciente o decreciente, cóncava o convexa, obtiene sus máximos y mínimos relativos y sus puntos de inflexión.
- 3.1. Dada una función, mediante su expresión analítica o mediante un enunciado, encuentra en qué caso presenta un máximo o un mínimo.
- 4.1. Aplica el teorema de Rolle o el del valor medio a funciones concretas, probando si cumple o no las hipótesis y averiguando, en su caso, dónde se cumple la tesis.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Aplicar métodos científicos rigurosos para mejorar la comprensión de la realidad circundante en distintos ámbitos (biológico, geológico, físico, químico, tecnológico, geográfico...).

Competencia en comunicación lingüística

Comprender el sentido de los textos escritos y orales.

Competencia digital

Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.

Conciencia y expresiones culturales

Apreciar la belleza de las expresiones artísticas y las manifestaciones de creatividad, y gusto por la estética en el ámbito cotidiano.

Competencias sociales y cívicas

Reconocer riqueza en la diversidad de opiniones e ideas.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Contagiar entusiasmo por la tarea y tener confianza en las posibilidades de alcanzar objetivos.

Competencia para aprender a aprender

Evaluar la consecución de objetivos de aprendizaje.

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 10: REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

En unidades anteriores, y también durante el curso pasado, se aprendieron una serie de herramientas para construir curvas. En esta unidad se retoman, se sistematizan y se dan pautas para su utilización racional.

En la segunda página de la unidad se proponen ejercicios para reforzar la asociación entre la forma de una curva y la descripción de sus elementos (asíntotas y otras ramas infinitas, puntos singulares, puntos de inflexión, cortes con los ejes...) mediante límites y valores de la función, de su derivada y de su segunda derivada. Este tipo de ejercicios es muy útil porque el estudiante afianza el conocimiento del papel que juega cada una de estas técnicas analíticas en la representación de gráficas. Así, cuando deban utilizarlas con este fin, tendrán muy claro qué buscan en cada momento y qué consiguen con cada resultado.

La resolución de este tipo de ejercicios se puede prolongar del siguiente modo: cada estudiante inventa una gráfica y la dibuja. La describe mediante límites y valores de f y f' . Intercambia descripciones con un compañero y se esmera en dibujar la que se le ha dado descrita. Después se juntan y comparan cada gráfica. Si coinciden, bien. Si no coinciden, ¿dónde está el error, en la descripción o en la interpretación? Es esta una interesante forma de autocorregirse. En la mayor parte de los casos no suele ser necesario el arbitraje del profesor o profesora.

En el primer apartado se plantea cómo representar una función que viene dada por su expresión analítica. Los rasgos de la curva se van perfilando “haciéndole preguntas” a la función. Para ello se posee una serie de herramientas cuyo conocimiento es como el panel en

el que el artesano sitúa todos sus instrumentos: tiene muy claro cuáles son y para qué sirve cada uno, pero rara vez tendrá que echar mano de todos ellos (para cada tarea requerirá, solo, algunas herramientas). Del mismo modo, las alumnas y los alumnos deben acostumbrarse a reflexionar antes de empezar su tarea (la representación de una curva concreta) preguntándose cuáles son sus características y, por tanto, qué instrumentos deben utilizar y en qué orden. Con la práctica irán adquiriendo “oficio”.

Un entrenamiento especial en algunos tipos de funciones (polinómicas, racionales, trigonométricas, con radicales, exponenciales...) les irá familiarizando con las peculiaridades de cada una de ellas. En muchos casos (funciones con radicales, por ejemplo) lo más complicado es identificar las asíntotas oblicuas.

2. TEMPORALIZACIÓN

Una semana. Del 25-02 al 05-03.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer el papel que desempeñan las herramientas básicas del análisis en la representación de funciones y dominar la representación sistemática de funciones polinómicas, racionales, trigonométricas, con radicales, exponenciales, logarítmicas...

4. CONTENIDOS

Herramientas básicas para la construcción de curvas

- Dominio de definición, simetrías, periodicidad.
- Ramas infinitas: asíntotas y ramas parabólicas.
- Puntos singulares, puntos de inflexión, cortes con los ejes...

Representación de funciones

- Representación de funciones polinómicas.
- Representación de funciones racionales.
- Representación de funciones cualesquiera.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer el papel que desempeñan las herramientas básicas del análisis (límites, derivadas...) en la representación de funciones y dominar la representación sistemática de funciones polinómicas, racionales, trigonométricas, con radicales, exponenciales, logarítmicas...

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Representa funciones polinómicas.
- 1.2. Representa funciones racionales.
- 1.3. Representa funciones trigonométricas.

- 1.4. Representa funciones exponenciales.
- 1.5. Representa funciones en las que intervenga el valor absoluto.
- 1.6. Representa otros tipos de funciones.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología Comprender e interpretar la información presentada en formato gráfico.

Competencia en comunicación lingüística Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.

Competencia digital Aplicar criterios éticos en el uso de las tecnologías.

Conciencia y expresiones culturales Aprender los valores culturales del patrimonio natural y de la evolución del pensamiento científico.

Competencias sociales y cívicas

Concebir una escala de valores propia y actuar conforme a ella.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Dirimir la necesidad de ayuda en función de la dificultad de la tarea.

Competencia para aprender a aprender

Dirimir la necesidad de ayuda en función de la dificultad de la tarea.

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.

- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 11: CÁLCULO DE PRIMITIVAS

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

El cálculo de primitivas sencillas como proceso inverso al de la derivación es fácil, pero requiere por parte de alumnos y alumnas atención y práctica.

La lista que se propone a los estudiantes en la segunda página de la unidad sirve para que vayan familiarizándose, además de con la idea y el significado, con las pequeñas triquiñuelas de la integración. Puede pretenderse que, con paciencia y empeño, el alumno o la alumna alcance a resolverlas todas, sin ayuda (o acaso con pequeñas ayudas), aunque nunca antes de que lo haya intentado seriamente.

La notación diferencial permite tratar adecuadamente y con sentido algunos procedimientos básicos para la integración, como son el cambio de variable y la integración por partes. Con ella se puede manejar de manera perfectamente justificada la notación habitual de las integrales.

Los ejercicios, abundantes y de todos los niveles, están, como siempre, al servicio del profesorado, para que elija y profundice hasta el nivel que desee.

2. TEMPORALIZACIÓN

Tres semanas. Del 06-03 al 22-03.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer y calcular las primitivas de funciones elementales y utilizar los métodos de sustitución y “por partes”, así como el método de integración de funciones racionales, para obtener primitivas de otras funciones.

4. CONTENIDOS

Primitiva de una función

- Obtención de primitivas de funciones elementales.
- Simplificación de expresiones para facilitar su integración:

$$\frac{P(x)}{x-a} = Q(x) + \frac{k}{x-a}$$

- Expresión de un radical como producto de un número por una potencia de x .
- Simplificaciones trigonométricas.

Cambio de variables bajo el signo integral

- Obtención de primitivas mediante cambio de variables: integración por sustitución.

Integración “por partes”

- Cálculo de integrales “por partes”.

Descomposición de una función racional

- Cálculo de la integral de una función racional descomponiéndola en fracciones elementales.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer el concepto de primitiva de una función y obtener primitivas de las funciones elementales.
2. Dominar los métodos básicos para la obtención de primitivas de funciones: sustitución, “por partes”, integración de funciones racionales.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Halla la primitiva de una función elemental o de una función que, mediante simplificaciones adecuadas, se transforma en elemental desde la óptica de la integración.
- 2.1. Halla la primitiva de una función utilizando el método de sustitución.
- 2.2. Halla la primitiva de una función mediante la integración “por partes”.
- 2.3. Halla la primitiva de una función racional cuyo denominador no tenga raíces imaginarias.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.

- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. **COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES**

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.

Competencia en comunicación lingüística

Expresarse oralmente con corrección, adecuación y coherencia.

Competencia digital

Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.

Conciencia y expresiones culturales

Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Competencias sociales y cívicas

Reconocer riqueza en la diversidad de opiniones e ideas.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Ser constante en el trabajo, superando las dificultades.

Competencia para aprender a aprender

Desarrollar estrategias que favorezcan la comprensión rigurosa de los contenidos.

9. **RECURSOS**

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.

- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 12: LA INTEGRAL DEFINIDA

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

Con el problema de la segunda página y los ejemplos de la tercera, pretendemos poner de manifiesto una idea importante:

- Hay multitud de funciones extraídas del mundo real para las cuales el área bajo la curva que las representa tiene una importante significación práctica. Por tanto, es interesante saber hallar el área bajo la gráfica de una función.

Para la buena comprensión de la integral definida, consideramos imprescindible que el estudiante:

- Se familiarice con la función área bajo la curva, $F(x)$, y la relacione con la función inicial, $f(x)$.
- Se convenza intuitivamente de que la rapidez de crecimiento de $F(x)$ viene dada, precisamente, por $f(x)$.
- Llegue, pues, a la convicción de que $F'(x) = f(x)$.

Una vez adquirida esta intuición, el teorema fundamental del cálculo se puede enunciar e incluso demostrar. La regla de Barrow es una consecuencia inmediata que, para los estudiantes, será un instrumento sencillo y eficaz en el cálculo de áreas y sus correspondientes aplicaciones.

Finalmente, se amplía el campo de las integrales definidas con el concepto de integral impropia y el cálculo de algunas de ellas; y se incluye una versión sencilla y breve del método para calcular volúmenes de cuerpos de revolución.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 25-03 al 05-04.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Relacionar el cálculo del área bajo la gráfica de una función con la primitiva de la misma.
2. A partir del teorema fundamental del cálculo, diseñar procedimientos que permitan calcular áreas y volúmenes.

4. CONTENIDOS

Integral definida

- Concepto de integral definida. Propiedades.
- Expresión del área de una figura plana conocida mediante una integral.

Relación de la integral con la derivada

- Teorema fundamental del cálculo.
- Regla de Barrow.

Cálculo de áreas y volúmenes mediante integrales

- Cálculo del área entre una curva y el eje X .
- Cálculo del área delimitada entre dos curvas.
- Cálculo del volumen del cuerpo de revolución que se obtiene al girar un arco de curva alrededor del eje X .
- Interpretación y cálculo de algunas integrales impropias

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer el concepto, la terminología, las propiedades y la interpretación geométrica de la integral definida.
2. Comprender el teorema fundamental del cálculo y su importancia para relacionar el área bajo una curva con una primitiva de la función correspondiente.
3. Conocer y aplicar la regla de Barrow para el cálculo de áreas.
4. Conocer y aplicar la fórmula para hallar el volumen de un cuerpo de revolución.
5. Utilizar el cálculo integral para hallar áreas o volúmenes de figuras o cuerpos conocidos a partir de sus dimensiones, o bien para deducir las fórmulas correspondientes.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

1.1. Halla la integral de una función, $\int_a^b f(x) dx$, reconociendo el recinto definido entre $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$, hallando sus dimensiones y calculando su área mediante procedimientos geométricos elementales.

2.1. Responde a problemas teóricos relacionados con el teorema fundamental del cálculo.

3.1. Calcula el área bajo una curva entre dos abscisas.

3.2. Calcula el área entre dos curvas.

4.1. Halla el volumen del cuerpo que se obtiene al girar un arco de curva alrededor del eje X .

5.1. Halla el área de una figura plana conocida obteniendo la expresión analítica de la curva que la determina e integrando entre los límites adecuados. O bien, deduce la fórmula del área mediante el mismo procedimiento.

5.2. Halla el volumen de un cuerpo de revolución conocido obteniendo la expresión analítica de un arco de curva $y = f(x)$ cuya rotación en torno al eje X determina el cuerpo, y calcula $\pi \int_a^b f(x)^2 dx$.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Comprender e interpretar la información presentada en formato gráfico.

Competencia en comunicación lingüística

Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.

Competencia digital

Actualizar el uso de las nuevas tecnologías para mejorar el trabajo y facilitar la vida diaria.

Conciencia y expresiones culturales

Mostrar respeto hacia el patrimonio cultural mundial en sus distintas vertientes (artístico-literaria, etnográfica, científico-técnica...), y hacia las personas que han contribuido a su desarrollo.

Competencias sociales y cívicas

Reconocer riqueza en la diversidad de opiniones e ideas.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Generar nuevas y divergentes posibilidades desde conocimientos previos de un tema.

Competencia para aprender a aprender

Evaluar la consecución de objetivos de aprendizaje.

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.
- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso. En muchas calculadoras descriptivas se puede hallar de manera aproximada el área bajo una curva dada por su ecuación.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 13: AZAR Y PROBABILIDAD

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

Se propone calcular la probabilidad de un suceso (que una moneda toque raya al caer sobre una cuadrícula) con el fin de que se obtenga por dos caminos distintos:

- Mediante experimentación (se dan datos para que el estudiante solo realice la experiencia si tiene una expresa curiosidad por hacerlo).
- Mediante un cálculo matemático (casos favorables partido por casos posibles).

Creemos importante que los alumnos y las alumnas de este nivel sepan que la probabilidad real de un suceso solo se puede averiguar mediante experimentación. La ley de Laplace (o la generalización de la misma que se realiza en la resolución de este problema) es solo aplicable a casos *ideales*. Cuando la aplicamos a dados, monedas, naipes, urnas, estamos suponiendo que son *correctos*, es decir, *ideales*.

En los primeros apartados se fundamenta teóricamente el cálculo de probabilidades: álgebra de sucesos y estudio de las leyes de la probabilidad inspiradas en las propiedades de las frecuencias relativas.

Los mejores estudiantes podrán demostrar axiomáticamente la cadena de teoremas que se enuncian (T1 a T7).

La probabilidad condicionada, con su aplicación a las tablas de contingencia, sucesos dependientes e independientes, la fórmula de la probabilidad total y la fórmula de Bayes completan el recorrido teórico de esta unidad.

Lo más importante de la misma, creemos, es la resolución de problemas de probabilidad por el método que sea, con tal de que se haga de manera comprensiva. Para ello, hay gran cantidad de problemas resueltos y propuestos, tanto a lo largo del desarrollo teórico como al final de este.

Hay muchos problemas de probabilidad, de apariencia muy compleja, que quedan notablemente simplificados si la experiencia global se considera descompuesta en una secuencia de experiencias sencillas cuyas probabilidades son muy fáciles de obtener. Para ello, resulta muy útil el diagrama en árbol, cuyo uso permite resolver con facilidad problemas que, en principio, parecen muy complicados.

De este modo se llega, incluso, a resolver razonadamente, de forma intuitiva, los típicos problemas de probabilidades "a posteriori" sin conocer siquiera la fórmula de Bayes. Si se sigue este proceso, la formalización o no de la fórmula correspondiente dependerá del deseo de cerrar teóricamente la unidad, pero no de la necesidad de la fórmula para resolver los problemas.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 08-04 al 30-04.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer los conceptos de probabilidad condicionada, dependencia e independencia de sucesos, probabilidad total y probabilidad "a posteriori", y utilizarlos para calcular probabilidades.

4. CONTENIDOS

Sucesos

- Operaciones y propiedades.
- Reconocimiento y obtención de sucesos complementarios incompatibles, unión de sucesos, intersección de sucesos...
- Propiedades de las operaciones con sucesos. Leyes de Morgan.

Ley de los grandes números

- Frecuencia absoluta y frecuencia relativa de un suceso.
- Frecuencia y probabilidad. Ley de los grandes números.
- Propiedades de la probabilidad.
- Justificación de las propiedades de la probabilidad.

Ley de Laplace

- Aplicación de la ley de Laplace para el cálculo de probabilidades sencillas.
- Reconocimiento de experiencias en las que no se puede aplicar la ley de Laplace.

Probabilidad condicionada

- Dependencia e independencia de dos sucesos.
- Cálculo de probabilidades condicionadas.

Fórmula de la probabilidad total

- Cálculo de probabilidades totales.

Fórmula de Bayes

- Cálculo de probabilidades “a posteriori”.

Tablas de contingencia

- Posibilidad de visualizar gráficamente procesos y relaciones probabilísticos: tablas de contingencia.
- Manejo e interpretación de las tablas de contingencia para plantear y resolver algunos tipos de problemas de probabilidad.

Diagrama en árbol

- Posibilidad de visualizar gráficamente procesos y relaciones probabilísticos.
 - Utilización del diagrama en árbol para describir el proceso de resolución de problemas con experiencias compuestas. Cálculo de probabilidades totales y probabilidades “a posteriori”.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer y aplicar el lenguaje de los sucesos y la probabilidad asociada a ellos, así como sus operaciones y propiedades.
2. Conocer los conceptos de probabilidad condicionada, dependencia e independencia de sucesos, probabilidad total y probabilidad “a posteriori”, y utilizarlos para calcular probabilidades.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Expresa mediante operaciones con sucesos un enunciado.
- 1.2. Aplica las leyes de la probabilidad para obtener la probabilidad de un suceso a partir de las probabilidades de otros.
 - 2.1. Aplica los conceptos de probabilidad condicionada e independencia de sucesos para hallar relaciones teóricas entre ellos.
 - 2.2. Calcula probabilidades planteadas mediante enunciados que pueden dar lugar a una tabla de contingencia.
 - 2.3. Calcula probabilidades totales o “a posteriori” utilizando un diagrama en árbol o las fórmulas correspondientes.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.

- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. **COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.**

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Manejar los conocimientos sobre ciencia y tecnología para solucionar problemas, comprender lo que ocurre a nuestro alrededor y responder preguntas.

Competencia en comunicación lingüística

Comprender el sentido de los textos escritos y orales.

Competencia digital

Aplicar criterios éticos en el uso de las tecnologías.

Conciencia y expresiones culturales

Mostrar respeto hacia el patrimonio cultural mundial en sus distintas vertientes (artístico-literaria, etnográfica, científico-técnica...), y hacia las personas que han contribuido a su desarrollo.

Competencias sociales y cívicas

Evidenciar preocupación por los más desfavorecidos y respeto a los distintos ritmos y potencialidades.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Asumir riesgos en el desarrollo de las tareas o los proyectos.

Competencia para aprender a aprender

Tomar conciencia de los procesos de aprendizaje.

9. **RECURSOS**

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.

- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.

TEMA 14: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

ÍNDICE

1. Presentación de la unidad
2. Temporalización
3. Objetivos didácticos
4. Contenidos
5. Criterios de evaluación
6. Estándares de aprendizaje evaluables
7. Instrumentos de evaluación
8. Competencias y descriptores
9. Recursos

1. PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Descripción de la unidad

Para el estudio de las distribuciones de probabilidad son básicos los siguientes conocimientos:

- Ideas claras de las distribuciones estadísticas. Aunque en la ESO se dedica suficiente atención a las distribuciones estadísticas, ahora estos conocimientos pueden estar algo olvidados. Por eso, hemos considerado imprescindible comenzar con un repaso de los aspectos más importantes de ellos. Ponemos el énfasis en el distinto tratamiento que se les da a las distribuciones estadísticas de variable discreta, en las que a cada valor de la variable se le asigna una frecuencia (gráficamente, una barra), y las distribuciones de variable continua (o de variable discreta con muchos valores agrupados en intervalos), donde la frecuencia se asigna a un intervalo (gráficamente, un rectángulo cuya área es proporcional a la frecuencia). Se repasa el cálculo de los parámetros.
- Cálculo de probabilidades en experiencias compuestas. Se ha visto a fondo en la unidad anterior.
- Números combinatorios. Se vio en 4.º de ESO y se repasa aquí, con la terminología $\binom{m}{n}$.

Se presentan las distribuciones de probabilidad comparándolas con las distribuciones estadísticas o distribuciones de frecuencias. Debe quedar claro que en las distribuciones de

probabilidad de variable discreta la probabilidad asignada a cada valor se representa por la altura de una barra, mientras que en las de variable continua la probabilidad en un intervalo se representa mediante el área contenida bajo la curva en el intervalo correspondiente, al igual que sucede en las distribuciones de frecuencias correspondientes.

También es importante entender las definiciones de los parámetros μ y σ en una distribución de probabilidad de variable discreta como idealización de los correspondientes parámetros en las distribuciones estadísticas, pasando de las frecuencias relativas f_i/N a las probabilidades p_i .

La posibilidad del paso de una binomial $B(n, p)$ a una normal $N(np, \sqrt{npq})$ se hace evidente con las gráficas que se muestran en el libro. Para el cálculo de probabilidades en este caso, es imprescindible recordar que a valores puntuales en la binomial, $x = k$, le corresponden intervalos en la normal, $x' \in [k - 0,5; k + 0,5]$.

2. TEMPORALIZACIÓN

Dos semanas. Del 02-05 al 17-05.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer las distribuciones de probabilidad de variable discreta y utilizar la distribución binomial para calcular probabilidades.
2. Conocer las distribuciones de probabilidad de variable continua y utilizar la distribución normal para calcular probabilidades.
3. Conocer la posibilidad de utilizar la distribución normal para calcular probabilidades de algunas distribuciones binomiales y utilizarla eficazmente.

4. CONTENIDOS

Distribuciones estadísticas

- Tipos de variable. Representación gráfica y cálculo de parámetros.
- Interpretación de tablas y gráficas estadísticas.
- Obtención de la media y de la desviación típica de una distribución estadística.

Distribución de probabilidad de variable discreta

- Significado de los parámetros μ y σ .
- Cálculo de los parámetros μ y σ en distribuciones de probabilidad de variable discreta dadas mediante una tabla o por un enunciado.

Distribución binomial

- Reconocimiento de distribuciones binomiales, cálculo de probabilidades y obtención de sus parámetros.

Distribución de probabilidad de variable continua

- Comprensión de sus peculiaridades.
- Función de densidad.
- Reconocimiento de distribuciones de variable continua.
- Cálculo de probabilidades a partir de la función de densidad.

Distribución normal

- Cálculo de probabilidades utilizando las tablas de la $N(0, 1)$.
- Aproximación de la distribución binomial a la normal.
- Identificación de distribuciones binomiales que se puedan considerar razonablemente próximas a distribuciones normales y cálculo de probabilidades en ellas por paso a la normal correspondiente.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Conocer las distribuciones de probabilidad de variable discreta y obtener sus parámetros.
2. Conocer la distribución binomial, utilizarla para calcular probabilidades y obtener sus parámetros.
3. Conocer las distribuciones de probabilidad de variable continua.
4. Conocer la distribución normal, interpretar sus parámetros y utilizarla para calcular probabilidades.
5. Conocer la posibilidad de utilizar la distribución normal para calcular probabilidades de algunas distribuciones binomiales y utilizarla eficazmente.

6. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

- 1.1. Construye la tabla de una distribución de probabilidad de variable discreta y calcula sus parámetros μ y σ .
- 2.1. Reconoce si una cierta experiencia aleatoria puede ser descrita o no mediante una distribución binomial identificando en ella n y p .
- 2.2. Calcula probabilidades en una distribución binomial y halla sus parámetros.
- 3.1. Interpreta la función de probabilidad (o función de densidad) de una distribución de variable continua y calcula o estima probabilidades a partir de ella.
- 4.1. Maneja con destreza la tabla de la $N(0, 1)$ y la utiliza para calcular probabilidades.
- 4.2. Conoce la relación que existe entre las distintas curvas normales y utiliza la tipificación de la variable para calcular probabilidades en una distribución $N(\mu, \sigma)$.
- 4.3. Obtiene un intervalo centrado en la media al que corresponda una probabilidad previamente determinada.
- 5.1. Dada una distribución binomial reconoce la posibilidad de aproximarla por una normal, obtiene sus parámetros y calcula probabilidades a partir de ella.

7. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- Prueba de autoevaluación de la unidad.
- Pruebas de evaluación de los contenidos de la unidad.
- Seguimiento de la evaluación de cada alumno con diferentes pruebas orales y/o escritas, además de la actitud e interés demostrado en el aula.
- Posible prueba de evaluación de bloque de contenidos relacionados.

8. COMPETENCIAS Y DESCRIPTORES.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

Organizar la información utilizando procedimientos matemáticos.

Competencia en comunicación lingüística

Expresarse oralmente con corrección, adecuación y coherencia.

Competencia digital

Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.

Conciencia y expresiones culturales

Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Competencias sociales y cívicas

Concebir una escala de valores propia y actuar conforme a ella.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Encontrar posibilidades en el entorno que otros no aprecian.

Competencia para aprender a aprender

Aplicar estrategias para la mejora del pensamiento creativo, crítico, emocional, interdependiente...

9. RECURSOS

Los siguientes materiales de apoyo servirán para reforzar y ampliar el estudio de los contenidos de la unidad:

- Cuaderno del alumnado, en el que este realizará las actividades que se proponen en los distintos epígrafes; los ejercicios y problemas resueltos ayudarán al alumnado a entender cómo se resuelven problemas tipo; los ejercicios y problemas guiados darán algunas pautas que le ayudarán a la hora de enfrentarse a cierto tipo de problemas; y los ejercicios y problemas propuestos harán que consolide los procedimientos y los conceptos estudiados en la unidad.

- Calculadora: el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso.
- Fuentes de consulta: libros, enciclopedias, páginas webs, etc. que servirán al estudiante para ampliar conocimientos y le ayudarán a realizar las cuestiones de ampliación.
- Autoevaluación que se propone al final de la unidad.
- El profesorado dispone de un generador de evaluaciones que permite crear varios modelos de exámenes resueltos con preguntas sobre cada uno de los estándares de aprendizaje de la unidad.

Recursos digitales

En la web de Anaya disponemos de diferentes presentaciones, simulaciones y actividades interactivas que constituyen un apoyo eficaz para el estudio de la unidad y, en muchos casos, para la ampliación de contenidos.

Destacamos la presencia de actividades interactivas de GeoGebra, así como multitud de complementos destinados al refuerzo y a la ampliación en los distintos apartados de la unidad.